CALCOLO DI STABILITÀ

DELLA

CUPOLA DEL TEATRO MASSIMO DI PALERMO

PER

G. B. F. BASILE

Architetto Direttore della costruzione del medesimo.

CALCOLO DI STABILITÀ

DELLA

CUPOLA DEL TEATRO MASSIMO DI PALERMO

PER

G. B. F. BASILE

Architetto Direttore della costruzione del medesimo.

PALERMO
STABILIMENTO TIPOGRAFICO LAO
via Celso, 31.

1876.

ALL'ILLUSTRE

COMM. EMAN. NOTARBARTOLO DI S. GIOVANNI

SINDACO DI PALERMO

Desideroso il sottoscritto di corrispondere alla volontà della S. V. Illma che ha ordinato ogni cosa onde l'Opera nuova di questa città fosse compiuta nel termine stabilito, prepara sin da oggi i calcoli di talune particolarità costruttive che richiedono alquanto tempo per la speciale loro attuazione.

Uno di questi egli ha fatto per determinare le dimensioni dei varî pezzi componenti la cupola in ferro della sala dell'uditorio.

Ha poi stimato suo dèbito di pubblicare questo lavoro al fine di mostrare i criterî usati per ottenere colla maggiore economia l'assicurazione della stabilità della medesima.

Il peso totale ascende a quarantasettemila chilogrammi.

Il sottoscritto spera che la S. V. Illma voglia gradire l'impegno e si dichiara colla maggiore osservanza

Devotissimo
G. B. F. BASILE.

DESCRIZIONE DELLA CUPOLA

La cupola in ferro del Teatro Massimo di Palermo si projetta in un cerchio di 28.^{m} 732 di diametro ; cuopre la sala dell'uditorio, lo spazio occupato dalle logge e dalle retrocamere delle medesime, e posa sopra rulli per le variazioni di temperatura.

È composta di sedici arconi radiali , di cinque anelli poligonali , e di centoventotto diagonali che s' incrociano nei campi, tav. VII.

Il contorno superiore dell' arcone è una parabola cubica della quale il vertice è alto 8,^{m}22 sopra del piano orizzontale passante pel punto in cui il contorno medesimo piegasi in senso verticale, tav. I, fig. 2^{a} e tav. IV, fig. 10^{a}.

Ogni arcone a doppio T, colla lamiera verticale rastremata, è diviso in quattro pezzi, e vi sono state determinate quattro sezioni (vedi calcolo di stabilità), disegnate alla metà della grandezza di esecuzione nella tav. III colle misure scritte.

I pezzi d'arcone sono collegati nei giunti con lastre spesse ciascuna 12 millimetri, tav. V, fig. 15^{a}.

I chiodi per la connessione degli angoli colla lamiera verticale, e quei dei copregiunti hanno il diametro di 15 $^{m}/_{m}$.

Gli anelli intermedî sono ferri ad angolo 78 $^{m}/_{m}$ $\times$ 78 $^{m}/_{m}$ $\times$ 13 $^{m}/_{m}$.

L'anello superiore risulta di una lamiera 181 $^{m}/_{m} \times 13\ ^{m}/_{m}$ e di un ferro ad angolo $75\ ^{m}/_{m} \times 75\ ^{m}/_{m} \times 13\ ^{m}/_{m}$.

L'anello inferiore di ferro piatto $250\ ^{m}/_{m} \times 20\ ^{m}/_{m}$ è compartito in sedici pezzi dei quali le giunzioni avvengono nei mezzi dei lati con copregiunti spessi $20\ ^{m}/_{m}$ e con viti coniche tav. V, fig. 13ª.

Analogamente per gli altri anelli ad eccezione del superiore che risulta di quattro pezzi, e del quale il copregiunti esterno riveste per intero il lato del poligono e si piega in due ali che van connesse agli arconi, tav. IV, fig. 12ª.

Gli anelli sono collegati agli arconi per mezzo di piastre a tre ali che presso agli angoli per mezzo di bolzoni a vite di $33\ ^{m}/_{m}$ di diametro connettono al sistema le diagonali, tav. V, fig. 15ª, tav. IV, fig. 12ª, tav. VI, fig. 16ª e 17ª.

Queste di ferro tondo di $40\ ^{m}/_{m}$ di diametro provvedute di filetti nell'altro estremo avvitano in un anello di $312\ ^{m}/_{m}$ di diametro, nel quale per mezzo delle madreviti si possono tendere convenevolmente, tav. V, fig. 14ª.

L'orlatura degli arconi sorregge pezzetti di ferro ad angolo ai quali saranno legati gli arcarecci con bolzoni a vite di $18\ ^{m}/_{m}$ di diametro, tav. IV, fig. 10ª,

I rulli, fig. 2ª e 3ª, tav. VIII sui quali posano gli arconi sono di acciaio del diametro di $90\ ^{m}/_{m}$, mobili intorno al loro asse, ridotti al tornio perfettamente cilindrici.

Il loro numero e le loro dimensioni sono stati determinati colle norme che si hanno dalle esperienze di Schwedler.

Ogni appoggio ha cinque rulli collocati alla distanza di $26\ ^{m}/_{m}$ l'un dall'altro, e collegati per mezzo dei loro torniti assi ad un telaio di ferro.

Il movimento ha luogo in un cassone di ghisa il cui fondo è piallato e polito.

L'estremità inferiore dell'arcone si connette a due ferri ad angolo, ad una lamiera orizzontale e ad una lastra di acciaio fuso, piallata e polita nella sua superficie inferiore. Due ferri ad U connettono le ali dell'arcone colle placche orizzontali, delle quali i chiodi hanno le teste inferiori immerse.

L'ossatura in ferro del fiorone ed il suo collegamento cogli arconi sono indicati nella fig. 1ª della tav. VIII.

CALCOLO DI STABILITÀ

I.

Peso per metro quadrato di projezione.

Armatura in ferro cioè: arconi, anelli, diagonali e pezzi di collegamento	Chil.	64, »
Arcarecci di pioppo	»	27, 59
Tavolato	»	38, 39
Riempitura	»	12, »
Lamiera di ferro a grandi squame spessa 2 $^{m}/_{m}$	»	22, »
Sommano .	Chil.	163, 98
Vento e neve.	»	78, »
Totale . .	Chil.	241, 98

Rotondo chil. 242.
Peso del fiorone calcolato chil. 9600.

II.

Determinazione del contorno superiore degli arconi.

Per un carico uniforme concentricamente distribuito è convenevole che lo spigolo esterno d'ogni arcone sia una parabola cubica.

Determineremo le ordinate della parabola nella ipotesi di un peso uniforme di 242 chilogrammi per metro quadrato di projezione orizzontale, e tenuto conto del peso del fiorone che termina la cupola.

Per il che ogni arcone verrà considerato:

1. Per la sedicesima parte del peso totale della cupola = C, il peso accidentale compreso.

2. Per la sedicesima parte del peso del fiorone = F = 600 chilogrammi.

Siano: x ed y, fig. I, tav. 1ª, le coordinate di un punto qualunque m della parabola, r_1 il raggio dell'anello superiore o primo anello, r_5 il raggio dell'anello inferiore o quinto anello, h l'ordinata del vertice $= \frac{4}{7} r_5$; e decomponghiamo la forza tangenziale T in una orizzontale T cos α ed in una verticale T sen α.

Nel caso supposto di carico uniformemente distribuito avremo:

$$\text{T sen } \alpha = \text{C} + \text{F} \qquad \text{T cos } \alpha = \text{H}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\text{C}+\text{F}}{\text{H}} = \frac{242}{16} \frac{(x^2 - r_1^2)\pi + \text{F}}{\text{H}}$$

$$\int dy = \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \int (x^2 - r_1^2)\, dx + \frac{\text{F}}{\text{H}} \int dx$$

$$y = \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \left(\frac{x^3}{3} - r_1^2 x \right) + \frac{\text{F}}{\text{H}} x + \text{Cost.}$$

$$\text{per } y = 0 \qquad x = r_1$$

$$0 = \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \left(\frac{r_1^3}{3} - r_1^3 \right) + \frac{\text{F}}{\text{H}} r_1 + \text{Cost.}$$

$$\text{Cost.} = \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \frac{2}{3} r_1^3 - \frac{\text{F}}{\text{H}} r_1,$$

la quale sostituita si ha

$$y = \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \left(\frac{x^3 - 3 r_1^2 x}{3} \right) + \frac{\text{F}}{\text{H}} x + \frac{242}{16} \frac{\pi}{\text{H}} \frac{2}{3} r_1^3 - \frac{\text{F}}{\text{H}} r_1$$

$$y = \frac{1}{3}\frac{242}{16}\frac{\pi}{H}(x^3 - 3r_1^2 x + 2r_1^3) + \frac{F}{H}(x - r_1) \quad . \quad . \quad (a)$$

$$\text{per } x = r_5 \qquad y = h = \frac{4}{7} r_5$$

$$h = \frac{242}{48}\frac{\pi}{H}(r_5^3 + 2r_1^3 - 3r_1^2 r_5) + \frac{F}{h}(r_5 - r_1)$$

$$H = \frac{242}{48}\frac{\pi}{h}(r_5^3 + 2r_1^3 - 3r_1^2 r_5) + \frac{F}{h}(r_5 - r_1)$$

ed essendo

$$h = 8,^m 209 \quad r_5 = 14,^m 366 \quad r_1 = 1,^m 00 \quad F = 600 \text{ chil.}$$

si ha H forza orizzontale all' imposta della cupola = chilogrammi 6616, 88.

Questi valori sostituiti nella (a) si ottiene l' equazione al vertice della parabola cubica richiesta

$$y = \frac{15,8383(x^3 - 3x + 2) + 600(x - 1,00)}{6616,880}$$

talchè per

$x = 1,^m$ 1° anello . . . . . $y = 0,^m 00$

$x = 2,^m$ . . . . . $y = \dfrac{15,8383(8 - 4) + 600 \times 1}{6616,880}$

$= 0,^m 10$

$x = 3,^m$ . . . . . $y = \dfrac{15,8383(27 - 7) + 600 \times 2}{6616,880}$

$= 0,^m 23$

$x = 4,^m$ . . . . . $y = \dfrac{15,8383(64 - 10) + 600 \times 3}{6616,880}$

$= 0,^m 40$

$x = 5,^m$ . . . . . $y = \dfrac{15,8383(125 - 13) + 600 \times 4}{6616,880}$

$= 0,^m 64$

$x = 5,^{m}066$, 2° anello, $y = \frac{15,8383\,(130,014 - 13,198) + 600 \times 4,066}{6616,880}$

$= 0,^{m}65$

$x = 6,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(216 - 16) + 600 \times 5}{6616,880}$

$= 0,^{m}93$

$x = 7,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(343 - 19) + 600 \times 6}{6616,880}$

$= 1,^{m}32$

$x = 8,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(512 - 22) + 600 \times 7}{6616,880}$

$= 1,^{m}81$

$x = 8,^{m}80$, 3° anello, $y = \frac{15,8383\,(681,472 - 24,40) + 600\,(7,800)}{6616,880}$

$= 2,^{m}28$

$x = 9,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(729 - 25) + 600 \times 8}{6616,880}$

$= 2,^{m}41$

$x = 10,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(1000 - 28) + 600 \times 9}{6616,880}$

$= 3,^{m}14$

$x = 11,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(1331 - 31) + 600 \times 10}{6616,880}$

$= 4,^{m}02$

$x = 11,^{m}93$, 4° anello, $y = \frac{15,8383\,(1697,937 - 33,790) + 600 \times 10,93}{6616,880}$

$= 4,^{m}97$

$x = 12,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(1728 - 34) + 600 \times 11}{6616,880}$

$= 5,^{m}05$

$x = 13,^{m}. \ . \ . \ . \ . \ y = \frac{15,8383\,(2197 - 37) + 600 \times 12}{6616,880}$

$= 6,^{m}26$

$x = 14,^{m}366$, 5° anello, $y = \frac{15,8383\,(2964,884 - 41,098) + 600 \times 13,366}{6616,880}$

$= 8,^{m}22$

Nella fig. 2ª della tav. I è costruita la parabola colle coordinate numericamente espressevi.

III.

Determinazione degli sforzi negli arconi.

Indichiamo tav. I, fig. 3ª con r_1, r_2, r_3, r_4 ed r_5 i raggi corrispondenti ai cinque anelli poligonali, con y_1, y_2, y_3, y_4 ed y_5 le rispettive ordinate, e con α_1, α_2, α_3 ed α_4 gli angoli che le corde dei quattro segmenti della parabola fanno coll'orizzonte.

Consideriamo inoltre le quattro zone nelle quali resta compartita la cupola dagli anelli, e notiamo nello stato di niun sopracarico con P_1 il peso della prima zona incluso quello del fiorone e con P_2, P_3 e P_4 i pesi della seconda, della terza e della quarta.

Segniamo con C_1, C_2, C_3 e C_4 i pesi delle stesse sopracaricate.

Gli sforzi siano T_1, T_2, T_3 e T_4.

Siccome la componente verticale dello sforzo per ciascun segmento è uguale al peso della costruzione che vi gravita, e gli sforzi massimi avvengono pei pesi C_1, C_2, C_3 e C_4 così si ha:

$$T_1 \text{ mass.} = \frac{C_1}{16 \operatorname{sen} \alpha_1}$$

$$T_1 \text{ mim.} = \frac{P_1}{16 \operatorname{sen} \alpha_1}$$

$$T_2 \text{ mass.} = \frac{C_1 + C_2}{16 \operatorname{sen} \alpha_2}$$

$$T_2 \text{ mim.} = \frac{P_1 + P_2}{16 \operatorname{sen} \alpha_2}$$

$$T_3 \text{ mass.} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{16 \text{ sen } \alpha_3}$$

$$T_3 \text{ mim.} = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{16 \text{ sen } \alpha_3}$$

$$T_4 \text{ mass.} = \frac{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}{16 \text{ sen } \alpha_4}$$

$$T_4 \text{ mim.} = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{16 \text{ sen } \alpha_4}$$

Abbiamo inoltre :

$$\text{tang. } \alpha_1 = \frac{0,^m 65}{5,^m 066 - 1} = 0,160 \begin{cases} \text{sen } \alpha_1 = 0,154 \\ \cos \alpha_1 = 0,988 \end{cases}$$

$$\text{tang. } \alpha_2 = \frac{2,^m 28 - 0,^m 65}{8,^m 80 - 5,^m 066} = 0,437 \begin{cases} \text{sen } \alpha_2 = 0,400 \\ \cos \alpha_2 = 0,916 \end{cases}$$

$$\text{tang. } \alpha_3 = \frac{4,^m 97 - 2,^m 28}{11,^m 93 - 8,^m 80} = 0,859 \begin{cases} \text{sen } \alpha_3 = 0,651 \\ \cos \alpha_3 = 0,758 \end{cases}$$

$$\text{tang. } \alpha_4 = \frac{8,^m 22 - 4,^m 97}{14,^m 366 - 11,^m 93} = 1,334 \begin{cases} \text{sen } \alpha_4 = 0,800 \\ \cos \alpha_4 = 0,599 \end{cases}$$

$$C_1 = 9600 \text{ (fiorone)} + 78\pi + \{\overline{5,066}^2 - 1\}\pi \,.\, 242$$
$$= 28592,54 \text{ chil.}$$

$$C_1 + C_2 = 28592,54 + \{\overline{8,80}^2 - \overline{5,066}^2\}\pi \,.\, 242$$
$$= 67958,68 \text{ chil.}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 67958,68 + \{\overline{11,93}^2 - \overline{8,80}^2\}\pi \,.\, 242$$
$$= 117283,12 \text{ chil.}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 117283,12 + \{\overline{14,366}^2 - \overline{11,93}^2\}\pi \,.\, 242$$
$$= 165983,20 \text{ chil.}$$

$$P_1 = 9600 + \{\overline{5,066}^2 - 1\}\pi \,.\, 164 = 12703,44 \text{ chil.}$$

$$P_1 + P_2 = 12703,44 + \{\overline{8,80}^2 - \overline{5,066}^2\}\pi \,.\, 164$$
$$= 39381,32 \text{ chil.}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 39381,32 + \{\overline{11,93}^2 - \overline{8,80}^2\}\pi \,.\, 164$$
$$= 72807,80 \text{ chil.}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 72807,80 + \{\overline{14,366}^2 - \overline{11,93}^2\}\pi \,.\, 164$$
$$= 105811,16 \text{ chil.}$$

Sostituendo questi valori si ottengono:

T_1 mass. = 3310 chil.	T_1 mim. = 1471 chil.
T_2 mass. = 10619 chil.	T_2 mim. = 6154 chil.
T_3 mass. = 11267 chil.	T_3 mim. = 6995 chil.
T_4 mass. = 13628 chil.	T_4 mim. = 8267 chil.

Prendo per limite dei carichi permanenti 6 chil. per millimetro quadrato. La sezione bisognevole per lo sforzo massimo di 13628 chil. è di 2271, 33 $^{m}/_{m}$ q.^{ti} e considerando un foro per la chiodatura di 15 $^{m}/_{m}$ di diametro sono più che soddisfacenti due ferri ad angolo come sopra descritti, ciascuno 70 $^{m}/_{m}$ × 70 $^{m}/_{m}$ × 12 $^{m}/_{m}$

difatti $140 \,.\, 12 + 24 \{70 - 12 - 15\} = 2712$ $^{m}/_{m}$ q.^{ti}

Or siccome pure deve essere provveduto all'azione che viene dalla disuguale distribuzione del sopracarico possibile a determinare nelle parti di sistema interposto ai nodi una flessione in sotto od in sopra, interpongo e connetto ai due ferri ad angolo or determinati una lamiera che orlo con altri due angoli nel suo estremo inferiore per ampliare nel senso trasversale il suo momento d'inerzia ed evitare una possibile flessione laterale.

A determinare le dimensioni di questi altri elementi, fig. 4ª, tav. I segno con $l_1\, l_2\, l_3\, l_4$ le lunghezze delle porzioni di arconi successivi considerate rette, connesse solidamente ai nodi fra i quali sono interposte ed ho:

$$l_1 = \frac{5,^{m}066 - 1^{m}}{\cos \alpha_1} = 4,^{m}12$$

$$l_2 = \frac{8,^{m}80 - 5,^{m}066}{\cos \alpha_2} = 4,^{m}08$$

$$l_3 = \frac{11,^{m}93 - 8,^{m}80}{\cos \alpha_3} = 4,^{m}13$$

$$l_4 = \frac{14,^{m}366 - 11,^{m}93}{\cos \alpha_4} = 4,^{m}07$$

Essendo inoltre il lato del poligono di sedici lati 0, 39 r le lunghezze dei lati dei relativi anelli sono:

$$s = 0,^{m}39$$
$$s_1 = 1,^{m}97$$
$$s_2 = 3,^{m}43$$
$$s_3 = 4,^{m}65$$
$$s_4 = 5,^{m}60$$

e le forze applicate ai mezzi di $l_1\ l_2\ l_3\ l_4$ sono:

$$4,^{m}12\ \frac{s + s_1}{2}\ 78 \text{ chil.} = 379 \text{ chil.}$$

$$4,^{m}08\ \frac{s_1 + s_2}{2}\ 78 \text{ chil.} = 860 \text{ chil.}$$

$$4,^{m}13\ \frac{s_2 + s_3}{2}\ 78 \text{ chil.} = 1301 \text{ chil.}$$

$$4,^{m}07\ \frac{s_3 + s_4}{2}\ 78 \text{ chil.} = 1627 \text{ chil.}$$

Talchè i relativi momenti di flessione massimi espressi in chilogrammillimetri sono:

$$M_1 \text{ mass.} = \frac{379 \,.\, 4,12 \,.\, 1000}{8} = 195185$$

$$M_2 \text{ mass.} = \frac{860 \,.\, 4,08 \,.\, 1000}{8} = 438600$$

$$M_3 \text{ mass.} = \frac{1301 \,.\, 4,13 \,.\, 1000}{8} = 671641$$

$$M_4 \text{ mass.} = \frac{1627 \,.\, 4,07 \,.\, 1000}{8} = 827736$$

A questi valori corrispondono in più i momenti di resistenza delle sezioni della fig. 5ª, tav. II per le quali i ferri ad angolo sono delle medesime dimensioni di quelli sopra calcolate, lo spessore della lamiera verticale è per tutte 12 $^{m}/_{m}$ e l'altezza della prima è = 158 $^{m}/_{m}$, della seconda 200 $^{m}/_{m}$, della terza 242 $^{m}/_{m}$ e della quarta 300 $^{m}/_{m}$.

Infatti a determinare i momenti d'inerzia delle medesime notando con

a, lo spessore della lamiera verticale
b, l'altezza della medesima
a_1, lo spessore delle ali
c, il lato del ferro ad angolo
e, la distanza del centro di gravità del pezzo dallo spigolo inferiore

si ha l'equazione dei momenti statici

$$\frac{1}{2} a (b-e)^2 = \frac{1}{2} c^2 (2c + a) - (c - a_1)(e - a_1)^2 - a_1 (e - c)^2$$

dalla quale, nel nostro caso essendo $a = a_1$ si ricava

per la prima sezione. . . . $e_1 = 43$ $^{m}/_{m}$
per la seconda. . . . . $e_2 = 56$ $^{m}/_{m}$
per la terza. . . . . $e_3 = 70$ $^{m}/_{m}$
per la quarta . . . . . $e_4 = 91$ $^{m}/_{m}$

Talchè i momenti d'inerzia delle quattro sezioni, fatta per ciascuna sottrazione di due fori di 15 $^{m}/_{m}$ di diametro per la chiodatura sono:
per la prima

$$I_1 = \frac{1}{3}\{12 \cdot \overline{115}^3 - 12(\overline{81}^3 - \overline{66}^3)\} + \frac{1}{3}\{24 \cdot \overline{27}^3\}$$

$$+ \frac{1}{3}\{152 \cdot \overline{43}^3 - 116 \cdot \overline{31}^3 - 36(9^3 + 6^3)\} = 8130280$$

per la seconda

$$I_2 = \frac{1}{3}\{12 \cdot \overline{144}^3 - 12(\overline{110}^3 - \overline{95}^3)\} + \frac{1}{3}\{24 \cdot \overline{14}^3\}$$

$$+ \frac{1}{3}\{152 \cdot \overline{56}^3 - 116 \cdot \overline{44}^3 - 36(\overline{22}^3 - 7^3)\} = 15551824$$

per la terza

$$I_3 = \frac{1}{3}\{12 \cdot \overline{172}^3 - 12(\overline{138}^3 - \overline{123}^3)\}$$

$$+ \frac{1}{3}\{152 \cdot \overline{70}^2 - 116 \cdot \overline{58}^3 - 36(\overline{36}^3 - \overline{21}^3)\} = 26670568$$

e per la quarta

$$I_4 = \frac{1}{3}\{12 \cdot \overline{209}^3 - 12(\overline{175}^3 - \overline{160}^3)\} + \frac{1}{3}$$

$$\{152 \cdot \overline{91}^3 - 116 \cdot \overline{79}^3 - 24 \cdot \overline{21}^3 - 36(\overline{57}^3 - \overline{42}^3)\} = 49173224$$

e si hanno le equazioni dei momenti

$$\frac{R_1 I_1}{115} = 195185 \qquad \frac{R_2 I_2}{144} = 438600 \qquad \frac{R_3 I_3}{172} = 671641$$

$$\frac{R_4 I_4}{209} = 827736$$

da cui

$$R_1 = 2,77 \qquad R_2 = 4,06 \qquad R_3 = 4,03 \qquad R_4 = 3,51,$$

Considerando questi risultati che sono molto vantaggiosi, le quattro sezioni or dette potrebbero essere adottate, ma sono pure aumentate riflettendo che il sistema deve pure resistere alle possibili flessioni laterali, per il che restano stabilite quelle disegnate alla metà della grandezza di esecuzione nella tav. III colle misure scrittevi.

Determinazione degli sforzi negli anelli

Essendo T cos σ, fig. 6ª, tav. II la componente orizzontale della forza tangenziale ed S S gli sforzi in due lati contigui d'ogni anello poligonale, siccome l'angolo $\gamma = 157°, 30'$ $\beta = \frac{180° - 157.° 30'}{2} = 11,° 15$ e $\operatorname{sen} \beta = 0, 195$.

Inoltre A B : A C :: cos β : sen 2 β cioè : S : T cos α :: cos β : sen 2 β

$$S = \frac{T \cos \alpha \cos \beta}{\text{sen } 2\beta} \ldots \text{ ma } \cos \beta = \frac{\text{sen } 2\beta}{2 \text{ sen } \beta}$$

$$\text{dunque } S = \frac{T \cos \alpha}{2 \text{ sen } \beta}$$

Or lo sforzo massimo negli anelli estremi della cupola è dovuto al carico totale, per il che

$$S_1 \text{ mass.} = \frac{T_1 \text{ mass. } \cos \alpha_1}{2 \text{ sen } \beta} = \frac{3310 \times 0,988}{0,390} = 8386 \text{ chil.}$$

$$S_5 \text{ mass.} = \frac{T_4 \text{ mass. } \cos \alpha_4}{2 \text{ sen } \beta} = \frac{13628 \times 0,599}{0,390} = 20932 \text{ chil.}$$

Gli anelli intermedii per l'intiero carico uniformemente distribuito hanno lo sforzo nullo.

Però consideriamo ognuno di questi tre anelli nello stato della sua interposizione fra la parte della cupola che vi è sopra, supposta sovracaricata, e la parte della medesima che vi è sotto supposta non sovracaricata, e viceversa, ed in queste condizioni accidentali determiniamo il massimo delle tensioni ed il minimo delle compressioni.

Sia nella fig. 7ª, tav. II la prima zona della cupola sovracaricata e la seconda senza sovracarico; scomponghiamo la tangenziale T_1 nelle due $T_1 \cos \alpha_1$, $T_1 \text{ sen } \alpha_1$, e l'altra T_2 nelle due $T_2 \cos \alpha_2$, $T_2 \text{ sen } \alpha_2$ così abbiamo:

$$T_1 \cos \alpha_1 = \frac{C_1}{16} \cot \alpha_1 \qquad T_2 \cos \alpha_2 = \frac{C_1 + P_2}{16} \cot \alpha_2$$

Talchè sommando le forze orizzontali nell'uno e nell'altro caso si ha

$$S_2 \text{ mass.} = \frac{C_1 \cot \alpha_1 - (C_1 + P_2) \cot \alpha_2}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen } \beta}$$

$$S_2 \text{ mim.} = \frac{P_1 \cot \alpha_1 - (P_1 + C_2) \cot \alpha_2}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen } \beta}$$

Analogamente

$$S_3 \text{ mass.} = \frac{(C_1 + C_2) \cot \alpha_2 - (C_1 + C_2 + P_3) \cot \alpha_3}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen } \beta}$$

$$S_3 \text{ mim.} = \frac{(P_1 + P_2)\cot\alpha_2 - (P_1 + P_2 + C_3)\cot\alpha_3}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen}\,\beta}$$

$$S_4 \text{ mass.} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3)\cot\alpha_3 - (C_1 + C_2 + C_3 + P_4)\cot\alpha_4}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen}\,\beta}$$

$$S_4 \text{ mim.} = \frac{(P_1 + P_2 + P_3)\cot\alpha_3 - (P_1 + P_2 + P_3 + C_4)\cot\alpha_4}{2 \,.\, 16 \,.\, \text{sen}\,\beta}$$

e sostituendo i valori

$P_1 = 12703, 44$ chil.	$C_1 = 28592, 54$ chil.
$P_2 = 26677, 88$ »	$C_2 = 39366, 14$ »
$P_3 = 33426, 48$ »	$C_3 = 49324, 44$ »
$P_4 = 33003, 36$ »	$C_4 = 48700, 08$ »

$$\cot\alpha_1 = 6, 41, \quad \cot\alpha_2 = 2, 29, \quad \cot\alpha_3 = 1, 16,$$

$$\cot\alpha_4 = 0, 75. \quad \text{sen}\,\beta = 0, 195$$

$$S_2 \text{ mass.} = \frac{28592, 54 \,.\, 6, 41 - (28592, 54 + 26677, 88)\, 2, 29}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= 9088 \text{ chil.}$$

$$S_2 \text{ mim.} = \frac{12703, 44 \,.\, 6, 41 - (12703, 44 + 39366, 14)\, 2, 29}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= -\,6059 \text{ chil.}$$

$$S_3 \text{ mass.} = \frac{67958, 68 \,.\, 2, 29 - 101385, 16 \,.\, 1, 16}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= 6093 \text{ chil.}$$

$$S_3 \text{ mim.} = \frac{39381, 32 \,.\, 2, 29 - 88705, 76 \,.\, 1, 16}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= -\,2038 \text{ chil.}$$

$$S_4 \text{ mass.} = \frac{117283, 12 \,.\, 1, 16 - 150286, 48 \,.\, 0, 75}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= 3739 \text{ chil.}$$

$$S_4 \text{ mim.} = \frac{72807, 80 \,.\, 1, 16 - 121507, 88 \,.\, 0, 75}{2 \,.\, 16 \,.\, 0, 195}$$

$$= -\,1070 \text{ chil.}$$

Raccogliamo i valori degli sforzi maggiori

pel 1°	anello	8386 chil.
pel 2°	»	9088 »
pel 3°	»	6093 »
pel 4°	»	3739 »
pel 5°	»	20932 »

ai quali prendendo per limite del carico 5 chil. per $^{m}/_{m}$ q.^{to} corrispondono le seguenti sezioni:

pel 1°	anello	1678 $^{m}/_{m}$ q.^{ti}
pel 2°	»	1818 »
pel 3°	»	1219 »
pel 4°	»	740 »
pel 5°	»	4187 »

Si assegnano in più:

all'anello primo o superiore

una lamiera 181 $^{m}/_{m} \times 13\ ^{m}/_{m} = 2353\ ^{m}/_{m}$ q.^{ti} alla quale per maggior sicurezza si aggiunge un ferro ad angolo 75 $^{m}/_{m} \times 75\ ^{m}/_{m} \times 13\ ^{m}/_{m}$, essendo questa una parte molto importante del sistema;

all'anello quinto od inferiore

un ferro piatto 250 $^{m}/_{m} \times 20\ ^{m}/_{m} = 5000\ ^{m}/_{m}$ q.^{ti};

agli anelli intermedii

per ciascuno un ferro ad angolo 80 $^{m}/_{m} \times 80\ ^{m}/_{m} \times 14\ ^{m}/_{m} = 2046\ ^{m}/_{m}$ q.^{ti}

Sforzi nelle diagonali.

Consideriamo la diagonale del quarto campo segnato nella fig. 8^{a}, tav. II e per avere la lunghezza di essa nel triangolo $a\,c\,d$ si rileva:

$$d^{2}_{4} = s^{2}_{3} + l^{2}_{4} - 2\,s_{3}\,l_{4}\,.\,\cos\,(\gamma_{4} + y_{4})$$

e per l'altro $a\,b\,c$

$$d^2_4 = s^2_4 + l^2_4 - 2\,s_4\,l_4 \,.\, \cos\,[180^\circ - (\gamma_4\, y_4)]$$
$$= s^2_4 + l^2_4 + 2\,s_4\,l_4 \,.\, \cos\,(\gamma_4 + y_4)$$

dalla prima $\cos\,(\gamma_4 + y_4) = \dfrac{s^2_3 + l^2_4 - d^2_4}{2\,s_3\,l_4}$

e dalla seconda $\cos\,(\gamma_4 + y_4) = \dfrac{d^2_4 - s^2_4 - l^2_4}{2\,s_4\,l_4}$ cioè :

$$\{\,s^2_3 + l^2_4 - d^2_4\,\}\,2\,s_4\,l_4 = \{\,d^2_4 - s^2_4 - l^2_4\,\}\,2\,s_3\,l_4$$
$$s^2_3\,s_4 + l^2_4\,s_4 - d^2_4\,s_4 = d^2_4\,s_3 - s^2_4\,s_3 - l^2_4\,s_3$$
$$-\,d^2_4\,\{\,s_4 + s_3\,\} = -\,l^2_4\,\{\,s_4 + s_3\,\} - s_3\,s_4\,\{\,s_4 + s_3\,\}$$
$$d^2_4 = l^2_4 + s_3\,s_4 \qquad d_4 = \sqrt{16,56 + 26,04} = 6,^{\text{m}}53$$

Notando ora con E_4 lo sforzo nella diagonale ed essendo T_4 mass. — T_4 mim. = 13628 — 8267 = 5361 si ha

$$E_4 = \frac{5361}{2\cos\gamma_4} \ldots \text{ma } \cos\gamma_4 = \frac{d^2_4 + l^2_4 - s^2_4}{2\,d_4\,l_4} = 0,52$$

dunque $$E_4 = \frac{5361}{1,04} = 5155 \text{ chil.}$$

al quale risponde la sezione di 1031 $^{\text{m}}/_{\text{m}}$ q.$^{\text{ti}}$

Assegno un ferro rotondo del diametro di 40 $^{\text{m}}/_{\text{m}}$.

N. B. Il limite dei carichi permanenti per le diagonali e per gli anelli è stato preso di 5 chil. per $^{\text{m}}/_{\text{m}}$ q.$^{\text{to}}$ delle sezioni, e queste sono state poi stabilite più vantaggiose; e si è fatta eccezione pei ferri ad angolo superiori degli arconi nei quali il limite dei carichi è stato protratto a 6 chil. Considerando però che questi ultimi sono connessi ad una lamiera, ed agli angoli inferiori che travagliano sotto 5 chil., e che le sezioni degli arconi furono aumentate risulta equabilmente assicurata la stabilità della cupola.

Fig 1

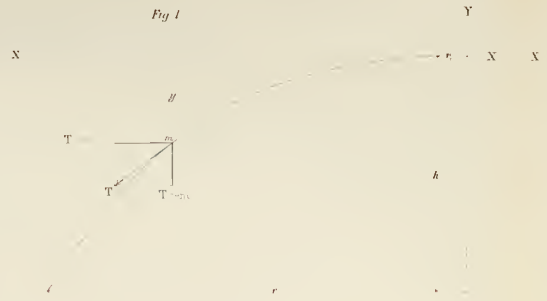


Fig 2

Fig 3

Fig 5

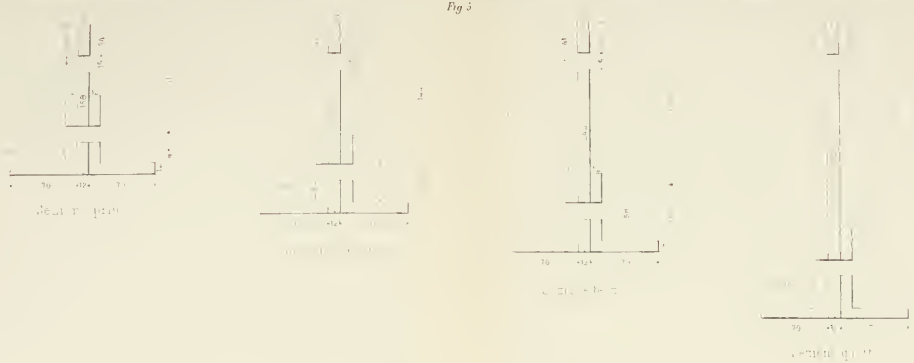


Fig 6

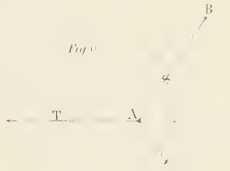


Fig 7

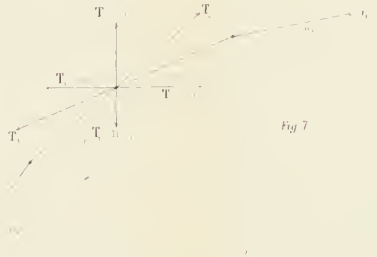
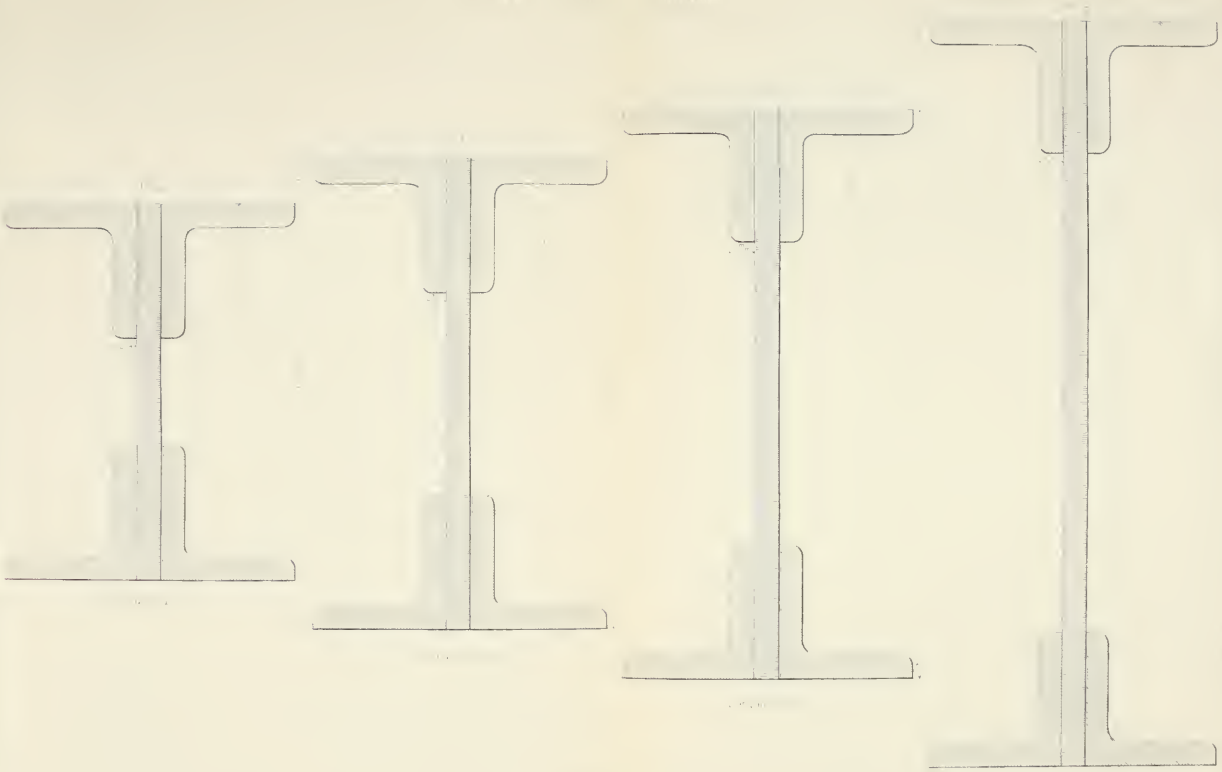


Fig 8



Arcone e collegamenti

Fig 9

Fig 10.

Fig 11

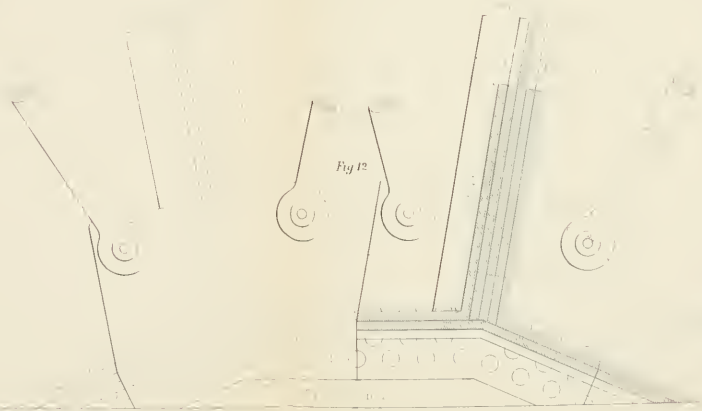


Fig 12

Collegamenti

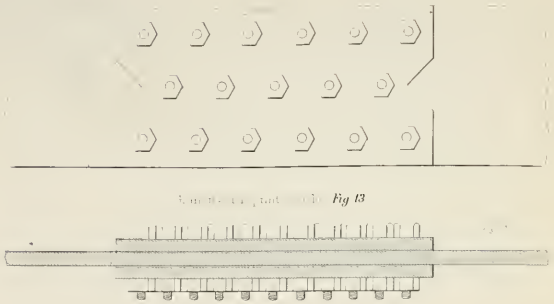


Fig 13

Fig 15

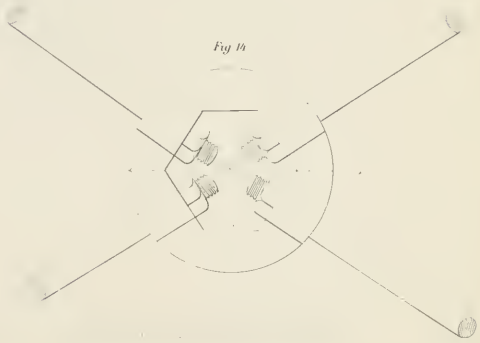
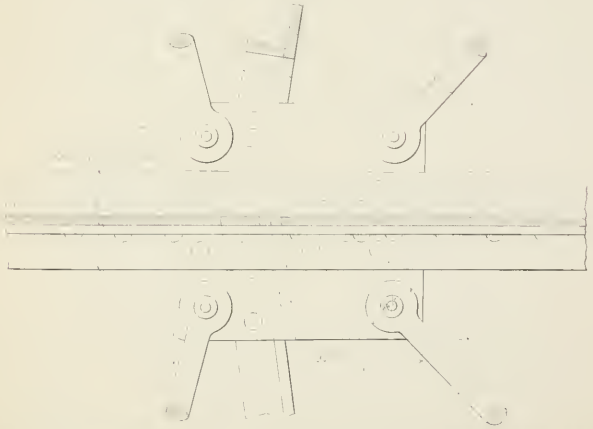


Fig 14



Collegamenti

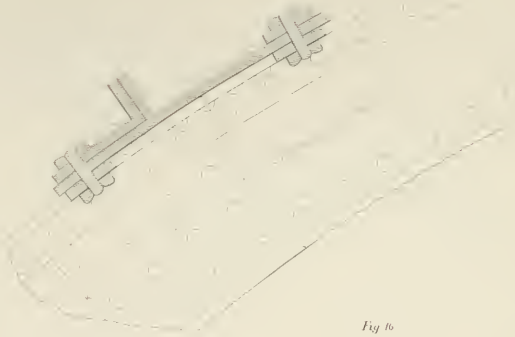


Fig 16

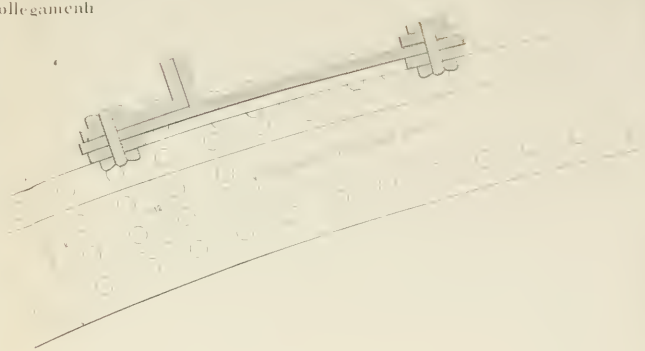
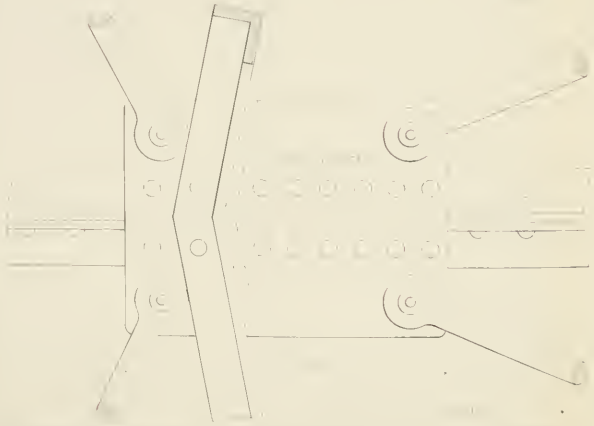
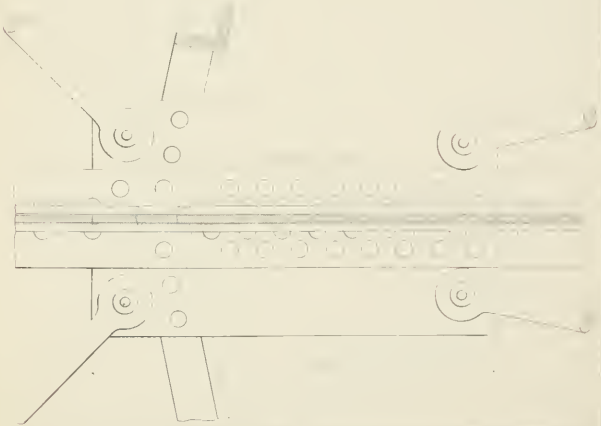


Fig 17





Projezione orizzontale della cupola

TAV VII

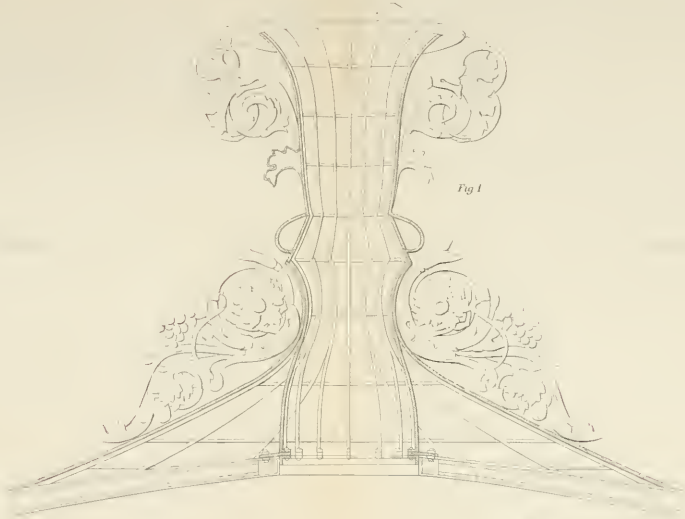


Fig 1

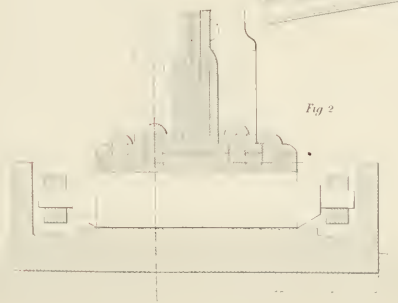


Fig 2

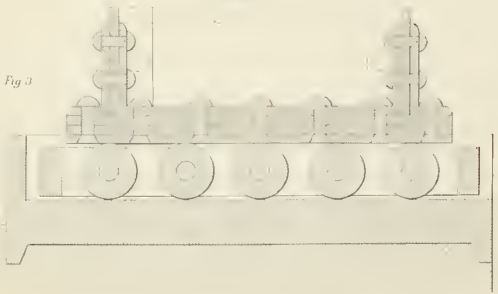


Fig 3